

Sur le calcul des solutions efficaces du problème bi-objectif de localisation de services sans contrainte de capacité

Salim BOUROUGAA, Alban DERRIEN, Axel GRIMAULT,
Xavier GANDIBLEUX, Anthony PRZYBYLSKI

Université de Nantes – UFR Sciences
2, rue de la Houssinière BP 92208 F-44322 Nantes Cedex 03 - FRANCE
{Salim.Bourougaa, Alban.Derrien, Axel.Grimault}@etu.univ-nantes.fr
{Xavier.Gandibleux, Anthony.Przybylski}@univ-nantes.fr

Mots-clés : *optimisation combinatoire, optimisation multiobjectif, localisation de services*

1 Problématique

1.1 Contexte de l'étude

Dans le cadre de la formation en master 2 informatique spécialité *Optimisation en Recherche Opérationnelle*¹ de l'Université de Nantes, les étudiants suivent un module 'Multi-Criteria Decision Making'. Composé de trois cours distincts, cet enseignement se termine par la réalisation d'un solveur qui adresse une problématique de terrain en optimisation. Au delà de la mise en oeuvre des connaissances acquises en vue d'apporter une solution informatique opérationnelle, un travail de recherche sur des questions d'actualités est réalisé.

Issue du contexte de la logistique verte [14], la problématique abordée cette année concerne l'organisation d'un réseau de distribution qui fait usage de moyens de transports terrestres. Traditionnellement élaborés autour d'une unique fonction de coûts, ces problématiques nécessitent aujourd'hui la prise en compte simultanée d'autres fonctions quantitatives traduisant par exemple des préoccupations énergétiques ou d'émissions polluantes.

Le présent problème possède m clients et n dépôts potentiels. Chaque client sera desservi par un seul dépôt. Aucune contrainte particulière (capacité, rapport privilégié avec des clients, sécurité, etc.) n'est exprimée sur les dépôts. L'exploitation d'un dépôt engendre un coût fixe et des émissions de CO₂ du fait de l'utilisation d'énergies (gaz et électricité). Une matrice de coûts pour livrer chaque magasin par chaque dépôt est connue, et de la même façon, une matrice d'émissions de CO₂ pour livrer chaque magasin par chaque dépôt.

Une solution réalisable pour ce problème indiquera les dépôts à ouvrir et les relations actives entre clients et dépôts. La présence de deux objectifs à optimiser simultanément fait qu'il n'existe pas en général de solution optimale unique [2]. On cherche dès lors l'ensemble des solutions efficaces X_E correspondant à l'ensemble des points non-dominés Y_N au regard des deux objectifs. Ce problème de localisation de services (FLP) relève du cadre de l'optimisation combinatoire multiobjectif. Bien que bon nombre d'auteurs se sont déjà penché sur l'étude de FLP comportant plusieurs objectifs, nous n'avons pas identifié de travaux proposant une méthode de calcul des solutions efficaces pour des instances de grandes tailles.

L'essentiel de cette contribution vise à proposer une telle méthode. Le travail est réalisé par trois étudiants² de master 2 sous la conduite scientifique des responsables du module. Il est présenté au concours "Prix jeunes chercheurs" organisé à l'occasion de la conférence ROADEF 2012.

1. <http://oro.univ-nantes.fr/>

2. Salim Bourougaa, Alban Derrien, Axel Grimault

1.2 Formalisation du problème

Le problème étudié se formule comme un problème bi-objectif de localisation de services sans contrainte de capacité (BiUFLP). Il est composé de deux ensembles de variables toutes binaires. Les deux objectifs sont linéaires et s'expriment sous la même forme. Plus formellement, soit :

- les indices
 - $I = \{1, \dots, m\}$: ensemble des m clients
 - $J = \{1, \dots, n\}$: ensemble des n dépôts potentiels
- les coûts
 - c_{ij} : le transport lorsque le client i est connecté au dépôt j
 - f_j : fixe d'ouverture d'un dépôt j
- les émissions de CO₂
 - $e_{t_{ij}}$: le transport entre le client i et le dépôt j pour satisfaire la demande du client d_i
 - e_{g_j} : la consommation de gaz pour chaque dépôt j , $j \in J$
 - e_{e_j} : la consommation d'électricité pour chaque dépôt j , $j \in J$
- les variables
 - y_j vaut 1 si le dépôt est mis en service, 0 sinon
 - x_{ij} vaut 1 si toute la demande du client i est servie par le dépôt j , 0 sinon
- une formulation

$$\left[\begin{array}{l} v\text{-min} \\ s/c \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} f_j y_j, \quad \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} e_{t_{ij}} x_{ij} + \sum_{j \in J} (e_{g_j} + e_{e_j}) y_j \\ \sum_{j \in J} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \\ x_{ij} \leq y_j \quad \forall i \in I, \forall j \in J \\ x_{ij}, y_j \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in J \end{array} \right. \right. \quad \begin{array}{l} (0) \\ (1) \\ (2) \\ (3) \end{array} \right]$$

avec

- (0) qui représente les deux fonctions à optimiser ;
- (1) qui assure que chaque client soit en relation avec un dépôt ;
- (2) qui assure que le dépôt soit en fonction si un client est affecté ;
- (3) qui rapporte les relations client-dépôt et l'utilisation des dépôts.

La version mono-objectif de ce problème a reçu énormément d'attention (voir par exemple [12]) et formalise un nombre impressionnant d'applications (voir par exemple [9] pour une synthèse dans le domaine des télécommunications). Eiselt et Laporte [4] font un panorama de fonctions objectif communément rencontrées dans les problèmes de localisation de services. Au regard de ce panorama, il n'est pas surprenant de constater l'intérêt accordé aux FLP comportant plusieurs objectifs à optimiser simultanément (voir [2, 5, 13]). Dans ce contexte, Fernández et Puerto [6] ont proposé en 2003 un algorithme de résolution basé sur la programmation dynamique. Les instances traitées considèrent jusqu'à 20 dépôts et 50 clients. Villegas et al. [15] ont proposé en 2006 des algorithmes évolutionnaires multiobjectif pour une situation comportant deux objectifs. Les instances s'inspirent du réseau colombien de fournisseur de café et montent jusqu'à 50 dépôts et 150 clients. Dans le contexte de la logistique verte, Harris et al. [10, 11] ont récemment traité deux problèmes de localisation de services résolus à l'aide d'algorithmes évolutionnaires multiobjectif.

C'est sur la base des deux contributions de Harris et al. que s'appuie notre travail. Les données utilisées sont issues de situations réelles³. Elles sont tirées de 10 instances⁴ représentatives de situations présentant un périmètre plus large autorisant la prise en compte de deux contraintes additionnelles.

3. Nous remercions le Professeur Ch. Mumford (Cardiff University, UK) pour nous avoir gracieusement communiqué les instances pour les besoins de notre étude.

4. <http://users.cs.cf.ac.uk/C.L.Mumford/Research%20Topics/FLP/papers/data/>

2 Schéma de résolution en trois phases

Nonobstant les avancées significatives des performances des méthodes de résolution exactes (programmation dynamique, branch and bound, deux phases, etc.) en optimisation multiobjectif, les méthodes de résolution approchées fondées notamment sur les métaheuristiques s'imposent lorsque les premières se heurtent à des difficultés, notamment face à certaines instances. On parle dès lors de métaheuristiques multiobjectif (MOMH). Quand il s'agit de traiter des problèmes d'optimisation combinatoires multi-objectif, les MOMH suivent très souvent des schémas hybrides [3].

Dans ce contexte, un schéma de résolution en trois phases pour l'optimisation discrète a été introduit en 2007 [7]. Une étude détaillée sur l'impact et la contribution de chacune des phases au processus d'approximation de la frontière efficace a été récemment discuté [8], avec comme support le sac-à-dos bi-objectif unidimensionnel en variables binaires. Ce schéma est suivi pour résoudre le BiUFLP ; il est instancié comme suit.

Phase 1. Elle vise à calculer deux ensembles bornants de Y_N . Le premier ensemble sera constitué de bornes duales obtenues par relaxation du problème. Pour le BiUFLP, la relaxation linéaire est retenue. Une combinaison convexe agrège les deux objectifs et les points sont calculés pour une famille de vecteur de poids. Le second ensemble est principalement formé de bornes primales mais pas exclusivement, en particulier lorsque des points nadirs locaux sont calculés. Pour le BiUFLP, une méthode de type ϵ -contrainte utilisant CPLEX est mise en oeuvre afin d'échantillonner la frontière efficace.

L'ensemble des solutions réalisables générées durant cette phase constitue la base d'une population initiale \mathcal{P}_0 pour la phase 2. Elle présente l'avantage d'être bien distribuée sur toute l'étendue de la frontière efficace exacte. Elle véhicule une *distribution représentative* de Y_N .

Phase 2. Elle a pour mission de construire une approximation globale connexe de Y_N . Un algorithme de type évolutionnaire multiobjectif est usité, avec pour entrée la population initiale précédemment construite. Il est connu que ce type d'algorithme permet d'approcher Y_N efficacement en développant implicitement un mécanisme d'optimisation parallèle, et favorise la génération de solutions potentiellement efficaces. L'approximation Y_{PE} de la frontière efficace se dessine au gré de l'activité de l'algorithme. A noter que les solutions de \mathcal{P}_0 agissent comme des attracteurs contrant ainsi une faiblesse connue des algorithmes évolutionnaires multiobjectifs. Pour le BiUFLP, l'algorithme NSGA-II [1] est mis en oeuvre.

L'ensemble Y_{PE} constitue le socle pour une post-optimisation accomplie par la phase 3. A noter que l'approximation obtenue au terme de la phase 2 présente déjà des qualités. En particulier, elle décrit l'ensemble de la frontière efficace, en rapportant une *couverture* de l'ensemble de Y_N .

Phase 3. Elle optimise l'approximation globale connexe Y_{PE} en tirant parti de la structure combinatoire du problème. L'avantage que confère le caractère générique d'un algorithme évolutionnaire multiobjectif peut avoir pour inconvénient de le priver d'un caractère agressif dans sa convergence sur tout ou partie de la frontière efficace. Une phase de recherche locale permet d'utiliser toute information disponible sur la structure combinatoire du problème, et donc potentiellement d'améliorer la qualité de l'approximation. Pour le BiUFLP, un composant de type path-relinking couplé avec une recherche Pareto locale itérée sur les solutions prometteuses finalise le travail d'approximation.

A l'issue de l'application de ce composant, outre le fait d'être globale et connexe, l'approximation obtenue est de *qualité vis-à-vis* de Y_N comme en attestent les indicateurs usuels.

A la lumière de résultats collectés sur une gamme variée d'instances numériques, un bilan quantitatif sur le comportement des trois étapes est avancé. Une discussion concernant des observations relevées à propos des solutions efficaces du problème est menée. Les contributions

apportées à l'occasion de ce travail verront des prolongations selon deux variantes de FLP bi-objectif, l'une comportant des variables mixtes, l'autre comportant des capacités et des contraintes non standards.

Références

- [1] Kalyanmoy Deb, Amrit Pratap, Sameer Agarwal, and T Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm : NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2) :182 – 197, 2002.
- [2] Matthias Ehrgott and Xavier Gandibleux. A survey and annotated bibliography of multiobjective combinatorial optimization. *OR Spectrum*, 22 :425–460, 2000.
- [3] Matthias Ehrgott and Xavier Gandibleux. Hybrid metaheuristics for multi-objective combinatorial optimization. In C. Blum, M.J. Blesa Aguilera, A. Roli, and M. Sampels, editors, *Hybrid Metaheuristics*, Studies in Computational Intelligence, pages 221–259. Springer Berlin / Heidelberg, 2008.
- [4] H.A. Eiselt and Gilbert Laporte. Objectives in location problems. In Zvi Drezner, editor, *Facility location : a survey of applications and methods*, Springer series in operations research, chapter 8, pages 151–180. Springer, 1995.
- [5] Reza Zanjirani Farahani, Maryam SteadieSeifi, and Nasrin Asgari. Multiple criteria facility location problems : A survey. *Applied Mathematical Modelling*, 34(7) :1689–1709, 2010.
- [6] Elena Fernández and Justo Puerto. Multiobjective solution of the uncapacitated plant location problem. *European Journal of Operational Research*, 145(3) :509 – 529, 2003.
- [7] Xavier Gandibleux and Cédric Chamayou. Potential efficient solutions of a bi-objective telecommunication network expansion planning problem computed with a hybrid evolutionary multi-objective algorithm. MIC2007 International Conference. June 25-29, 2007, Montreal, Canada.
- [8] Xavier Gandibleux, Benjamin Martin, Olga Perederieieva, and Sylvain Rosembly. Sur la résolution approchée en trois étapes du sac-à-dos bi-objectif unidimensionnel en variables binaires. ROADEF2011 : 12e congrès annuel de la Société française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision, 2-4 mars 2011, Saint Etienne, France.
- [9] Eric Gourdin, Martine Labbé, and Hande Yaman. Telecommunication and location - a survey. In Zvi Drezner and Horst W. Hamacher, editors, *Facility Location*, chapter 9, pages 275–305. Springer, 2002.
- [10] Irina Harris, Christine Mumford, and Mohamed Naim. The multi-objective uncapacitated facility location problem for green logistics. In *IEEE Congress on Evolutionary Computation, 2009. CEC '09 proceedings*, pages 2732–2739, May 2009.
- [11] Irina Harris, Christine Mumford, and Mohamed Naim. An Evolutionary Bi-Objective Approach to the Capacitated Facility Location Problem with Cost and CO2 Emissions. In *GECCO'11, Dublin, Ireland proceedings*, page 8 pages, July 2011.
- [12] Jakob Krarup and Peter Mark Pruzan. The simple plant location problem : Survey and synthesis. *European Journal of Operational Research*, 12(1) :36 – 81, 1983.
- [13] Stefan Nickel, Justo Puerto, and Antonio M. Rodríguez-Chía. MCDM location problems. In José Figueira, Salvatore Greco, and Matthias Ehrgott, editors, *Multiple Criteria Decision Analysis : State of the Art Surveys*, volume 78 of *International Series in Operations Research & Management Science*, pages 761–787. Springer, 2005.
- [14] Abdelkader Sbihi and Richard W. Eglese. Combinatorial optimization and green logistics. *Annals of Operations Research*, 175 :159 – 175, 2010.
- [15] Juan Villegas, Fernando Palacios, and Andrés Medaglia. Solution methods for the bi-objective (cost-coverage) unconstrained facility location problem with an illustrative example. *Annals of Operations Research*, 147 :109–141, 2006.